

Stichwortverzeichnis

Alle Zahlenangaben beziehen sich auf Seitennummern, (Pr. $m.n$) verweist auf die Aufgabe n (im Kapitel m) auf der jeweils angegebenen Seite.

- absolutstetig, 99
- äußeres Maß, 21, 146
- allgemeiner Transformationssatz, 106, 109
- Approximation der Identität, 98 (Pr. 18.7), 129
- Atom, 8, 32

- Banach–Tarski Paradox, 25
- Beppo Levi, 42
 - für Reihen, 44, 45 (Pr. 8.2)
- Beta-Funktion, 114 (Pr. 20.2)
- Bildintegral, 93, 94
- Bildmaß, 30
- Borel σ -Algebra
 - auf $\overline{\mathbb{R}}$, 34
 - Spur, 8 (Pr. 2.4), 34
 - für Teilmenge, 8 (Pr. 2.4)
- Borel-messbar, 6, 29
- Borelmenge, 6
 - Approximation, 166

- Cantor-Menge, 2–3
- Cauchy–Schwarz Ungleichung, 68
- Cavalieri-Prinzip, 76, 84, 112
- Chebyshevsche Ungleichung, 54 (Pr. 10.4)

- δ -Funktion, 11
- Dichte(funktion), 50, 99
- Dichtheit
 - $C_b \cap L^p$ dicht in L^p , 136
 - C_c dicht in L^p , 137
 - C_c^∞ dicht in C_c , 138
 - C_c^∞ dicht in L^p , 138
 - $C_{\text{Lip}} \cap L^p$ dicht in L^p , 139 (Pr. 23.5)
 - \mathcal{A} dicht in C_∞ , 130
 - \mathcal{A} dicht in L^p , 130
 - $\mathcal{E} \cap L^p$ dicht in L^p , 134
- Diffeomorphismus, 104
 - Kriterium, 105
- Differenzierbarkeitslemma, 59
- Dirac-Maß, 11
- Dirichletsches Integral, 88 (Pr. 16.8)
- diskretes W -Maß, 11
- dominierte Konvergenz (Satz), 56

- Dynkin-System, 14, 18 (Pr. 4.4)
 - vs. σ -Algebra, 14
 - Erzeuger, 14
 - minimales Dynkin-System, 14

- Eindeutigkeitssatz (Maße), 16
- Eindeutigkeitssatz (Produktmaße), 78
- einfache Funktion, 35
 - dicht in L^p , 134
 - Standarddarstellung, 35
- Erzeuger
 - Borel- σ -Algebra, 6, 7, 34
 - Dynkin-System, 14
 - Produkt- σ -Algebra, 77
 - σ -Algebra, 5
- Eulersches Integral, 114 (Pr. 20.2)
- Existenzsatz (Produktmaße), 78

- Faktorisierungslemma, 38
- Faltung, 95
 - Eigenschaften, 95–96
 - Friedrichsglättung, 98 (Pr. 18.7)
 - in $([0, \infty), \cdot)$, 98 (Pr. 18.5)
- Faltungssatz, 126
- fast überall (f. ü.), 52
- Fatous Lemma, 45, 46 (Pr. 8.4), 46 (Pr. 8.5), 51 (Pr. 9.5)
- Fortsetzungssatz (Produktmaße), 78
- Fouriertransformation, 120
 - Differenzierbarkeit, 133 (Pr. 22.4)
 - Fortsetzung auf L^2 , 131
 - Injektivität, 125
 - inverse Fouriertransformation, 126
 - Normalverteilung, 118, 120
 - positiv semidefinit, 133 (Pr. 22.4), 150
 - Rechenregeln, 121–122
 - rotationsymmetrische Funktion, 113
 - Satz von Bochner, 150
 - und schwache Konvergenz, 129, 149 (Pr. 24.3)
 - Schwartz-Raum, 132
 - Symmetrie, 126
 - trivialisiert Faltung, 126
 - Umkehrformel für Funktionen, 125

- Umkehrformel von Lévy, 123, 124
- Zusammenhang mit inverser FT, 126
- Fresnelsches Integral, 66 (Pr. 13.10)
- Friedrichsglättung, 98 (Pr. 18.7)
- Frullanisches Integral, 66 (Pr. 13.11)
- F_σ -Menge, 166
- Fubini (Satz), 82

- Gamma-Funktion, 61, 114 (Pr. 20.2)
- G_δ -Menge, 166

- Höldersche Ungleichung, 68, 75 (Pr. 14.3)
 - für $0 < p < 1$, 75 (Pr. 14.11)
 - für Reihen, 73
- Halbring, 20, 77
 - kartesisches Produkt, 77

- Indikatorfunktion, 34
 - Messbarkeit, 34
- Integral
 - bzgl. Bildmaß, 93, 94
 - Eigenschaften, 48
 - einfache Funktion, 41
 - komplexe Funktion, 50 (Pr. 9.2), 162
 - messbare Funktion, 47
 - positive Funktion, 42
 - rotationssymmetrische Funktion, 113
 - bzgl. Zählmaß, 49
- Integralsinus, 84, 123
- integrierbare Funktion, 47
 - p -fach integrierbar, 67
 - auf einer Menge, 50
 - ist f. ü. reell, 53
 - Raum \mathcal{L}^1 , 47
 - Raum \mathcal{L}^p , 67
 - Raum L^p , 69
- inverse Fouriertransformation, 126

- Jacobi-Determinante, 104
- Jacobi-Matrix, 104
- Jensensche Ungleichung, 74

- Kern/Übergangskern, 46 (Pr. 8.7)
- Konvergenz (Maße), 129, 151, 153, 155
 - *siehe auch* schwache Konv., vage Konv.,
- Konvergenz in L^p , 70
 - f. ü. konvergente Teilfolge, 71
 - schwach, 149 (Pr. 24.2)
- Konvergenzsatz
 - von Lebesgue, 56
 - von Riesz, 72
 - von Young, 58 (Pr. 11.12)
- konvexe Funktion, 73
- Kugelkoordinaten, 110–112

- \mathcal{L}^1 -Raum, 47
- \mathcal{L}^p/L^p -Raum, 67, 69
 - Dreiecksungleichung, 68
 - ist vollständig, 70
- Lebesgue-Maß, 12
 - bewegungsinvariant, 12, 32
 - Dilatationen, 19 (Pr. 4.9)
 - Existenz (auf \mathbb{R}^d), 80, 148
 - Existenz (auf \mathbb{R}), 26, 92 (Pr. 17.1)
 - lineare Transformation, 32
 - Nullmenge, 18 (Pr. 4.1), 27 (Pr. 5.3), 65
 - orthogonale Transformation, 31
 - ist regulär, 166
 - translationsinvariant, 12, 17
- Lebesgue-Prämaß, 26
- Lebesgue-Stieltjes Maß, 27 (Pr. 5.1)
- Lebesguescher Konvergenzsatz, 56
- Lemma
 - von Fatou, 45, 46 (Pr. 8.4), 46 (Pr. 8.5), 51 (Pr. 9.5)
 - von Pratt, 58 (Pr. 11.12)
 - von Riemann–Lebesgue, 127
 - von Urysohn, 117, 144
- liminf/limsup von Mengen, 8 (Pr. 2.8), 46 (Pr. 8.5)

- Markovsche Ungleichung, 53, 54 (Pr. 10.4)
- Maß, 9
 - absolutstetig, 99
 - additiv, 9
 - äußeres Maß, 21
 - mit Dichte, 50
 - Eindeutigkeit, 16
 - endlich, 9
 - Fortsetzung, 20
 - monoton, 9
 - Produkt, 80
 - regulär, 136, 145, 163
 - σ -endlich, 9, 46 (Pr. 8.8), 103 (Pr. 19.1)
 - σ -subadditiv, 10
 - signiertes, 103 (Pr. 19.3)
 - singulär, 103 (Pr. 19.2)
 - stetig, 9, 10, 12

- subadditiv, 9
- unendliches Produkt, 89
- Vervollständigung, 13 (Pr. 3.7), 27 (Pr. 5.4), 54 (Pr. 10.5), 80 (Pr. 15.2), 159
- Vollständigkeit, 39 (Pr. 7.13)
- W-Maß, 9
- maßbestimmende Familie, 116
- Maßraum, 9, 80
 - endlich, 9
 - σ -endlich, 9
 - W-Raum, 9
- messbar
 - Borel-messbar, 29
 - Lebesgue-messbar, 159
 - bzgl. eines Maßes, 21
 - Menge, 4
 - nicht-messbare Menge, 159
 - Stetigkeitsstellen einer Funktion, 162
- messbare Abbildung/Funktion, 28, 33
 - Eigenschaften, 37
 - halbseitig stetig \Rightarrow messbar, 39 (Pr. 7.10)
 - Komposition, 29
 - Messbarkeitskriterium, 28, 33
 - stetig \Rightarrow messbar, 29
- Messraum, 9, 77
- Minkowskische Ungleichung, 68
 - für $0 < p < 1$, 75 (Pr. 14.11)
 - für Doppelintegrale, 88 (Pr. 16.10)
 - für Reihen, 73
- monotone Klasse, 15, 18 (Pr. 4.5)
- monotone Konvergenz (Satz), 55

- Negativteil (Funktion), 36
- Negativteil (Maß), 103 (Pr. 19.3)
- Normalverteilung, 118, 120
- Nullmenge, 13 (Pr. 3.7), 27 (Pr. 5.3), 52, 69, 99

- offene Menge, 6

- p -fach integrierbare Funktion, 67
- Parameterintegral
 - Differenzierbarkeit, 59
 - Stetigkeit, 59
- partielle Integration, 83
- Partition der Eins, 144
- Plancherel (Satz), 131
- Polarkoordinaten, 110–112
- Portmanteau-Theorem, 152, 153
- positives lineares Funktional, 140
 - in C_c , 145
 - in L^p , $1 \leq p < \infty$, 141
 - ist stetig, 140
- Positivteil (Funktion), 36
- Positivteil (Maß), 103 (Pr. 19.3)
- Prämaß, 9, 27 (Pr. 5.6)
 - Fortsetzung, 20
 - Lebesguesches, 26
 - Produkt- σ -Algebra, 77, 86, 89
 - Erzeuger, 77
- Produktmaß, 80
 - Eindeutigkeit, 78, 89
 - Existenz, 78, 89
 - unendliches, 89
- Produktmaßraum, 80
- Produktmessraum, 77

- Radon–Nikodým (Satz), 99, 101, 102
- Radon–Nikodým Ableitung, 99
- Rechtecke (in \mathbb{R}^d), 6, 20
 - sind Halbring, 20
- Regularität von Maßen, 136, 145, 163
- Reihenvergleichskriterium, 51 (Pr. 9.3)
- Riemann–Lebesgue Lemma, 127
- Riemann-integrierbar, 63
 - Kriterium, 65
 - uneigentlich, 66 (Pr. 13.9)
- Rieszscher Darstellungssatz
 - für C_c , 145
 - für L^p , $1 \leq p < \infty$, 141
- rotationssymmetrische Funktion
 - Fouriertransformation, 113
 - Integral, 113

- Satz
 - von Beppo Levi, 42
 - von Beppo Levi (Reihen), 44, 45 (Pr. 8.2)
 - von Bochner, 150
 - von Carathéodory, 20
 - von der dominierten Konvergenz, 56
 - von der monotonen Klasse, 19 (Pr. 4.5)
 - von der monotonen Konvergenz, 55
 - von Egorov, 51 (Pr. 9.6)
 - von Fubini, 82
 - von Kolmogorov, 89
 - von Lusin, 139 (Pr. 23.7)
 - von Plancherel, 131
 - von Radon–Nikodým, 99, 101, 102
 - von Riesz–Fischer, 70

- von Tonelli, 81
- schwache Konvergenz (Maße), 129, 151
- vs. vage Konvergenz, 155
- Kriterien, 152
- Schwartz-Raum, 132
- Separabilität von \mathcal{L}^p , 139 (Pr. 23.6)
- Separabilität von C_c , 167
- σ -additiv, 9
- σ -Algebra, 4
- Approximation, 19 (Pr. 4.6), 166
- Borelsche, 6
- Erzeuger, 5
- erzeugt von Abbildung, 30
- erzeugt von einem (äußeren) Maß, 21
- minimale σ -Algebra, 5
- Produkt, 77
- Spur, 5, 8 (Pr. 2.4)
- topologische, 6
- unendliches Produkt, 89
- Urbild, 5
- σ -endlich, 9
- σ -subadditiv, 10
- signiertes Maß, 103 (Pr. 19.3)
- Sombrero-Lemma, 36
- Stetigkeit
 - impliziert Borel-messbar, 29
- Stetigkeit (Maß), 9, 10, 12
- Stetigkeitslemma, 59
- Stetigkeitssatz von Lévy, 149 (Pr. 24.3)
- Straffheit, 155

- Tonelli (Satz), 81
- Topologie, 6
- Transformationssatz für Integrale, 93, 94
 - für affin-lineare Transformationen, 104
 - für Diffeomorphismen, 106, 109
- truncation inequality*, 133 (Pr. 22.3)

- Ungleichung
 - Cauchy–Schwarz, 68
 - Chebyshev, 54 (Pr. 10.4)
 - L^p -Dreiecksungleichung, 68
 - Hölder, 68, 75 (Pr. 14.3)
 - Hölder ($0 < p < 1$), 75 (Pr. 14.11)
 - Hölder (Reihen), 73
 - Jensen, 74
 - Markov, 53
 - Minkowski, 68
 - Minkowski ($0 < p < 1$), 75 (Pr. 14.11)
 - Minkowski (Doppelintegrale), 88 (Pr. 16.10)
 - Minkowski (Reihen), 73
 - Young, 67
 - Young (Faltung), 96, 98 (Pr. 18.6)
- Urysohnsches Lemma, 117, 144

- vage Konvergenz (Maße), 153
 - vs. schwache Konvergenz, 155
 - Kriterien, 153
 - vage Beschränktheit, 157
 - vage Kompaktheit, 158
- Verteilung, 31, 93
- Verteilungsfunktion, 27 (Pr. 5.1), 85, 123
- Vollständigkeit von L^p , 70
- Volumen
 - Einheitskugel, 113
 - Einheitskugel, 113
 - Spat, 32, 160

- Wiener-Algebra, 128

- Youngsche Ungleichung, 67
 - für Faltung, 96, 98 (Pr. 18.6)
- Zählmaß, 11
- Zuallsvariable, 30, 49, 93, 94